Домашна работа 1 по Алгебра 1. 1 Въпрос.

Камен Димитров Младенов, Група 6

12 Ноември 2021

1 Въпрос Да се реши системата линейни уравнения в зависимост от стойностите на параметрите $p, q \in \mathbb{C}$.

$$\left|\begin{array}{rrrrrcc} 2x_1 & +x_2 & +x_3 & -x_4 & +2x_5 & = & -5 \\ x_1 & -5x_2 & +x_3 & +2x_4 & +px_5 & = & q \\ -3x_1 & & +2x_3 & -x_4 & +2x_5 & = & -7 \end{array}\right.$$

Решение: Правим разширена матрица на системата линейни уравнения:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 1 & 1 & -1 & 2 & -5 \\ 1 & -5 & 1 & 2 & p & q \\ -3 & 0 & 2 & -1 & 2 & -7 \end{array}\right)$$

Събираме първия и втория ред с третия.
Делим третия ред на 4.
Събираме третия ред с първия.

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 0 & 2 & -1 & \frac{p}{4}+3 & \frac{q}{4}-8 \\ 1 & -5 & 1 & 2 & p & q \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \frac{p}{4}+1 & \frac{q}{4}-3 \end{array}\right)$$

Умножаваме втория ред с 2. Умножаваме първия ред с -1 и го събираме с втория.
Умножаваме третия с -10 и го събираме с втория.

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 0 & 2 & -1 & \frac{p}{4}+3 & \frac{q}{4}-8 \\ 0 & 0 & -10 & 5 & -\frac{3p}{4}-13 & -\frac{3q}{4}+38 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \frac{p}{4}+1 & \frac{q}{4}-3 \end{array}\right)$$

Умножаваме първи ред с 5.
Умножаваме трети ред с 10.
Разменяме втори и трети ред.

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 10 & 0 & 10 & -5 & \frac{5p}{4}+15 & \frac{5q}{4}-40 \\ 0 & -10 & 10 & 0 & \frac{5p}{2}+10 & \frac{5q}{2}-30 \\ 0 & 0 & -10 & 5 & -\frac{3p}{4}-13 & -\frac{3q}{4}+38 \end{array}\right)$$

Събираме трети ред с първи и втори.
Делим първи ред на 10.
Делим втори и трети ред на -10.

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{p}{20}+\frac{1}{5} & \frac{q}{20}-\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{7p}{40}+\frac{3}{10} & -\frac{7q}{40}-\frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{3p}{40}+\frac{13}{10} & \frac{3q}{40}-\frac{19}{5} \end{array}\right)$$

За произволни x_4 и x_5, извеждаме че:

$$x_1 = \frac{q}{20} - \frac{1}{5} - \left(\frac{p}{20}+\frac{1}{5}\right)x_5 = \frac{q-4-(p+4)x_5}{20}$$

$$x_2 = -\frac{7q}{40} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}x_4 - \left(-\frac{7p}{40}+\frac{3}{10}\right)x_5 = \frac{-7q-32+20\,x_4+(7p-12)x_5}{40}$$

$$x_3 = \frac{3q}{40} - \frac{19}{5} + \frac{1}{2}x_4 - \left(\frac{3p}{40}+\frac{13}{10}\right)x_5 = \frac{3q-152+20\,x_4-(3p+52)x_5}{40}$$